

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ 24.02.2023

CLASA a IX-a

Problema I. (7 puncte)

Arătați că pentru orice numere reale a, b, c are loc inegalitatea:

$$a^2 + b^2 + c^2 + 3a + 3 \geq ab + bc + ca + 3c$$

prof. Mădălin Mitrofan, Colegiul Național Emil Racoviță Cluj-Napoca

Problema II. (7 puncte)

Fie numărul rațional $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots - \frac{1}{86} + \frac{1}{87} = \frac{p}{q}$, unde p și q sunt numere naturale prime între ele, $(p, q) = 1$. Să se demonstreze că $p \vdots 131$.

prof. Jecan Eugen, Colegiul Național Andrei Mureșanu Dej

Problema III. (7 puncte)

Se consideră triunghiul ABC înscris în cercul de centru O și D simetricul ortocentrului H față de BC . Dacă H_1, H_2 și H_3 sunt ortocentrele triunghiurilor ABD, ADC respectiv BDC , să se arate că:

- a) triunghiurile ABC și $H_3H_2H_1$ sunt congruente.
- b) Dreptele AH_3, BH_2 și CH_1 sunt concurente.

prof. Camelia Maria Chindriș, Colegiul Național „Andrei Mureșanu” Dej
prof. Corina Livia Dragoș, Colegiul Național „Andrei Mureșanu” Dej

Problema IV. (7 puncte)

Rezolvați în mulțimea numerelor naturale ecuația: $[\sqrt{n}] + \left[\frac{n-2}{3}\right] + 1 = n$.

Gazeta Matematică

Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru - 3 ore.

SUCCES!